

doi:10.13756/j.gtxyj.2017.04.17

无线通信技术

MIMO 系统中基于贝叶斯的稀疏信道估计算法

侯小静¹, 吕治国^{1,2}, 孙泽宇¹, 邢萧飞³

- (1. 洛阳理工学院 计算机与信息工程学院, 河南 洛阳 471023;
2. 西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 西安 710071;
3. 广州大学 计算机科学与教育软件学院, 广州 510006)

摘要:针对未知支持集贝叶斯匹配追踪算法中支持集搜索过于复杂的问题,提出一种改进的贝叶斯稀疏信道估计算法。该算法利用信道的稀疏特性来提高信道估计精度,通过计算信道期望来估计高维稀疏信道。为了提高支持集的搜索准确度,改进算法在支配支持集的搜索过程中引入了维特比路径译码的思想,保留所有发生概率差异低于门限的路径,并对支持集上的信道估计值进行计算,最后计算出信道期望并作为最后的信道估计值。理论分析和仿真结果都表明,改进算法在降低算法复杂度的同时还保持了较高的估计精度。

关键词:贝叶斯估计;压缩感知;维特比译码;贪婪算法;稀疏重建

中图分类号:TN911.71 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-8788(2017)04-0062-04

Bayesian based Sparse Channel Estimation Algorithm in MIMO Systems

HOU Xiao-jing¹, Lü Zhi-guo^{1,2}, SUN Ze-yu¹, XING Xiao-fei³

- (1. School of Computer and Information Engineering, Luoyang Institute of Science Technology, Luoyang 471023, China;
2. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China;
3. School of Computer Science and Software Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Due to the high complexity of the Support Agnostic Bayesian Matching Pursuit (SABMP) algorithm in the support set search, a modified Bayesian sparse channel estimation algorithm is proposed in this paper. The modified Bayesian algorithm can improve the channel estimation accuracy by exploiting the sparse characteristics of the channel. The high-dimensional sparse channel is estimated by calculating the channel expectation. In order to improve the accuracy of the support set search, the idea of Viterbi path decoding is introduced in the search process of dominating support set. All the paths with probability difference below the threshold are preserved. Then, the channel estimation on the chosen support set is carried out and the channel expectation is calculated as the final channel estimate. Theoretical analysis and simulation results show that the lower computational complexity is maintained and the channel estimation accuracy is kept at the same time.

Key words: Bayesian estimation; compressed sensing; Viterbi decoding; greedy algorithm; sparse reconstruction

0 引 言

在多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 通信系统中,准确地估计信道是一个难题。从实际观测的结果看,在很多情况下无线信道都表现出稀疏特性^[1-2],即信道矢量中的一些元素数值非常小,可以近似为零。因此,对稀疏信道的估计问题是目前通信领域的一个研究热点。压缩感知技术^[3]最早被用于稀疏信号的重构和图像信号的去噪处理。由于可以从低维测量值中恢复高维稀疏信号,因此可以用更少的导频资源估计稀疏信道。

文献[4]充分利用了时域频域二维信道的稀疏特性,提出了一种改进的正交匹配追踪算法,得到了更低的信道估计误差。文献[5]、[6]采用贝叶斯信

道估计算法也很好地实现了信道估计。文献[7]提出了未知支持集贝叶斯匹配追踪 (Support Agnostic Bayesian Matching Pursuit, SABMP) 算法。该算法用期望值作为估计值,并且对信道随机变量的分布没有要求,可以用于任何分布的信道估计,但计算复杂度比较大。本文在 SABMP 算法基础上提出一种改进算法,在保留原算法对随机变量分布广泛适应的基础上,对大概率事件的选择做出了改进,通过设置一个比较门限,将相差不大的大概率事件都保留下来,从而提高了搜索到真正事件集合的可能性,进而提高了信道估计性能。

1 稀疏信道模型

本文所采用的一维稀疏信道模型可以表示为

收稿日期:2017-04-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61503174);河南省高等学校青年骨干教师资助计划(2016GGJS-158);河南省教育厅自然科学基金资助项目(17A520044);广东省自然科学基金面上项目(2016A030313540);广州市科技计划项目(201707010284);广州市市属高校科研项目(1201430560)

作者简介:侯小静(1975—),女,河南洛阳人。讲师,硕士,主要研究方向为网络协议与网络通信。

通信作者:吕治国,讲师。E-mail: zgLv@stu.xidian.edu.cn

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_a * \mathbf{h}_b, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{h}$ 是一个 N 长的信道矢量; $*$ 表示哈达码乘积; $\mathbf{h}_a$ 是长度为 N 、服从某种分布的随机变量, 在这里, $\mathbf{h}_a$ 的分布不影响整个算法的有效性; $\mathbf{h}_b$ 是长度为 N 的矢量, 每一个元素都是独立同分布的变量, 且都服从参数为 p_1 的伯努利分布。

在 MIMO 信道中, 发射数据 $\mathbf{X}$ 和接收数据 $\mathbf{Y}$ 之间的关系可表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{n}. \quad (2)$$

假设 MIMO 系统中, 接收天线为 M 根, 发射天线为 N 根, 发射的数据有 L 个时间长度, 则 $\mathbf{H}$ 为一个 $N \times M$ 矩阵, $\mathbf{X}$ 为 $M \times L$ 矩阵, 解码的任务就是由信道 $\mathbf{H}$ 和接收值 $\mathbf{Y}$ 去恢复 $\mathbf{X}$ 。而 $\mathbf{H}$ 是由前一时刻估计来的, 也就是假设 $\mathbf{X}$ 是接收端和发射端都提前知道的导频信号, 那么就可以由 $\mathbf{X}$ 和接收值 $\mathbf{Y}$ 来估计 $\mathbf{H}$ 。由于通常情况下压缩感知直接处理的是矢量信号, 因此可以对信道矩阵进行矢量化, 得到矢量形式的系统模型。

如果发射端发射导频信号矩阵为 Φ , 接收端接收到的矢量 $\mathbf{y}$ 可以表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{h} + \mathbf{n}, \quad (3)$$

式中, Φ 是 $M \times N$ 观测矩阵; $\mathbf{n}$ 是服从复数高斯分布的加性高斯白噪声。根据压缩感知理论, 如果观测矩阵满足有限等间距性质 (Restricted Isometry Property, RIP), 且 $\mathbf{h}$ 中非零位置足够少, 就可以用一个行数远远小于列数的观测矩阵, 即 $M \ll N$, 且 $M > 2k$, k 是 N 长信道矢量中的非零元素个数, 来恢复高维稀疏矢量 $\mathbf{h}$ 。由于有相关文献证明高斯矩阵有很大的概率满足 RIP^[8-9], 所以观测矩阵 Φ 采用高斯矩阵作为导频信号。

根据概率论知识, $\mathbf{h}$ 中非零位置个数的数学期望是 Np_1 。 $\mathbf{h}$ 中出现非零位置个数和接近等于 Np_1 的概率相对较大。然而以上分析是基于先验概率分布得到的结论, 收到导频信号响应后对各种情况发生的概率大小又获得了新的信息。对于待测信号是用其数学期望来作为估计值的, 估计值的表达式为

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{mmse}} = E[\mathbf{h}|\mathbf{y}] = \sum_s p(s|\mathbf{y}) E[\mathbf{h}|\mathbf{y}, s], \quad (4)$$

式中, $E[\mathbf{h}|\mathbf{y}, s]$ 表示收到相应 $\mathbf{y}$ 且知道集合 s 中的位置上元素是非零的前提下信道的期望, 可以用伪逆矩阵乘以观测矢量 $\mathbf{y}$ 代替, 即用下式计算:

$$E[\mathbf{h}|\mathbf{y}, s] = (\Phi_s^H \Phi_s)^{-1} \Phi_s^H \mathbf{y}, \quad (5)$$

式中, $p(s|\mathbf{y})$ 表示在收到接收值 $\mathbf{y}$ 条件下支持集 s

发生的概率, 支持集 s 是元素非零位置集合。 $p(s|\mathbf{y})$ 可以由下式计算得到:

$$p(s|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|s)p(s)}{p(\mathbf{y})}. \quad (6)$$

对于任何一个支持集条件发生概率, 分母都是 $p(\mathbf{y})$, 比较发生概率大小的时候可以忽略不计。 $p(s)$ 是先验概率, 服从伯努利分布。问题的关键是求 $p(\mathbf{y}|s)$, $\mathbf{y}$ 是由 $\mathbf{h}$ 在 Φ_s 上的投影加上加性高斯白噪声的和, 是一个高斯分布叠加上一个非高斯分布得到的变量, 如果把非高斯分布成分去除, 将得到一个高斯分布的变量。为此把 $\mathbf{y}$ 投影到 Φ_s 的正交互补空间得到:

$$\Phi_s^\dagger \mathbf{y} = \Phi_s^\dagger \mathbf{n}, \quad (7)$$

式中, $\Phi_s^\dagger$ 是 Φ_s 的正交补矩阵; $\Phi_s^\dagger \mathbf{n}$ 服从高斯分布。忽略一些细微的影响并对概率取对数, 文献[7]中最终得到概率大小的度量为

$$\nu(s) = \ln p\left(\frac{\mathbf{y}}{s}\right) p(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \|\Phi_s(\Phi_s^H \Phi_s)^{-1} \Phi_s^H \mathbf{y}\|^2 - \frac{1}{2\sigma_n^2} \|\mathbf{y}\|^2 + |s| \ln p + (N - |s|) \ln(1 - p). \quad (8)$$

2 支持集搜索算法分析

2.1 改进算法

SABMP 算法在每一次搜索支持集元素的时候, 可能出现两个支持集发生概率差别非常细微的情况, 这样有很大的可能性会搜索到错误的结果。而且前面的搜索结果只要有一步出错, 最后的结果就不正确, 也就是存在错误传播的现象。为了减少这种情况发生的概率, SABMP 算法需要进行多轮搜索, 第一轮搜索到的列位置假设为 POS1, 第二轮搜索的时候第一个位置就将 POS1 排除, 在剩余的位置集合中搜索。如果实际搜索重复进行了 10 轮, 搜索的复杂度就变为原来的 10 倍。

为了解决这个问题, 本文把维特比路径译码中的路径译码^[10]思想应用到搜索过程中。稀疏信道的长度为 N , 每一个位置有零和非零两种状态, 每一种状态可以看成是二进制编码的 0 和 1。假设信道 k 稀疏, 即只有 k 个位置非零, 如果不考虑信道矢量元素的具体数值, 信道估计就是一段长度为 N 的二进制码序列, 序列中有 k 个 1。每个非零位置的搜索可以认为是树搜索结构中的一层, 整个支持集的搜索过程就可以认为是在树图中找到一条路径, 路径上的点就是支持集中的元素。全搜索就对应路径长度为 k 的路径译码, SABMP 算法就相当于是路径长度为 1 的路径译码。

为了保持估计准确度与算法复杂度之间的平衡,本文将路径长度设为 2。并且当两条路径概率差别比较小的时候才保留两条路径,如果差别很大就采用逐位置译码。由于考虑了实际搜索过程中非零概率的差异大小,因此采用搜索路径的方式来寻找非零位置序列就无需进行重复搜索。搜索过程如图 1 所示。

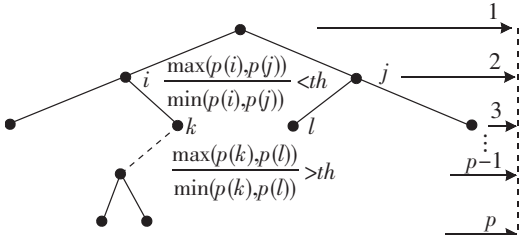


图 1 支持集的树搜索过程

从图中可以看到,在寻找第一个非零位置的过程中,首先按照式(8)计算每个位置非零的概率,然后计算最大的两个概率值的比值,如果比值大于门限 th ,则只需保留最大概率所对应的那个位置,否则就保留这两个概率分别对应的位置。搜索第二个及以后位置时,如果上一层有两个位置保留,则分别以各自保留位置为基础,搜索并添加新的非零位置到支持集中。再将支持集按照概率从大到小的顺序排列,再判断最大两个概率的比值是否大于门限 th ,是则保留最大概率所对应的位置集合,否则两个位置集合就全部保留。以此类推,直到搜索到 NP_1 个位置为止。每次支持集估计出来以后,用最小二乘法计算出估计的信道,然后以当前设定的非零位置个数,将估计出的信道中不在支持集中的位置置 0。再计算保留下来的所有情况的相对概率,最后计算近似的数学期望。

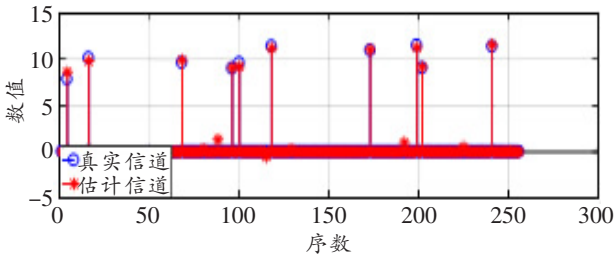
2.2 复杂度分析

如果采用穷搜索算法,需要搜索的次数为 $\binom{N}{1} + \binom{N}{2} + \dots + \binom{N}{N} = 2^N$ 次,因此它的复杂度为 $O(2^N)$ 。SABMP 算法需要搜索 $D(2N - P + 1)P/2$ 次,其中, D 为算法需要搜索轮数,因此它的复杂度为 $O(DNP)$ 。在改进算法中,需要搜索的次数为 $(1 + \alpha)(2N - P + 1)/2$,其中, α 为上一层保留两个非零位置的平均概率,因此它的复杂度为 $O((1 + \alpha)N)$ 。如果概率区分门限 th 设置合理, α 的数值不会很大,相比 SABMP 算法,复杂度会大大降低。

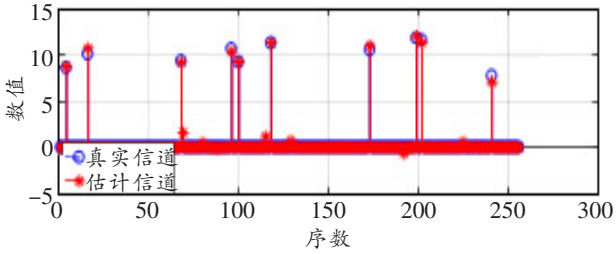
3 仿真结果

首先从直观上观察改进算法的估计效果。仿真

参数设置如下:信道长度 $N = 256$,观测值个数 $M = 64$,非零概率 $p_1 = 0.05$,信噪比设置为 20 dB,判决门限 $th = 1.01$ 。真实信道与估计信道的实部和虚部分别由图 2 给出。由图可以看出,信道的非零位置全部得到正确估计,真实信道与估计信道的非零数值也非常接近,证明了改进算法是有效的。



(a) 改进算法估计信道实部



(b) 改进算法估计信道虚部

图 2 改进算法估计信道和真实信道实部和虚部比较

为了更精确地衡量算法的估计误差,本文采用归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE)作为信道估计准确度的衡量标准。NMSE 定义如下:

$$NMSE = 10 \lg \frac{\|\hat{h} - h\|^2}{\|h\|^2}, \quad (9)$$

式中, $\hat{h}$ 为估计信道; h 为真实信道; $\|\cdot\|$ 表示范数。为了观测 SABMP 算法中循环的轮数 D 对估计精度的影响,图 3 给出了不同循环轮数 D 下的 NMSE,从图中可以看出, D 越大,估计误差越小,但

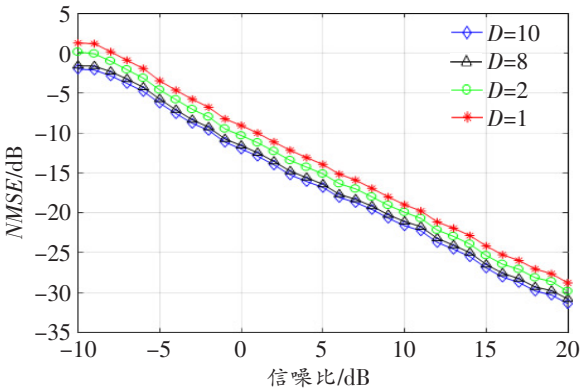


图 3 不同循环轮数下 SABMP 算法估计性能比较

计算复杂度越高。 $D=8$ 时,依靠增加 D 提升估计精度趋于饱和,性能基本保持不变。

图 4 所示为改进算法在不同门限值下的 NMSE 性能比较。判决门限 th 分别取 1.01、1.05 和 1.10。 $th=1.00$ 表示只保留最优的那个位置,不进行概率大小的比较。其余仿真参数与图 1 的设置参数相同,从理论上分析, th 越大,估计越精确,但计算复杂度也越高,反之亦然。仿真结果也印证了这个结论。另外从图 4 中还可以看出,随着门限值的增加,估计性能的增加逐渐减缓,说明依靠无限增加门限值来提升估计精确度是不可行的。

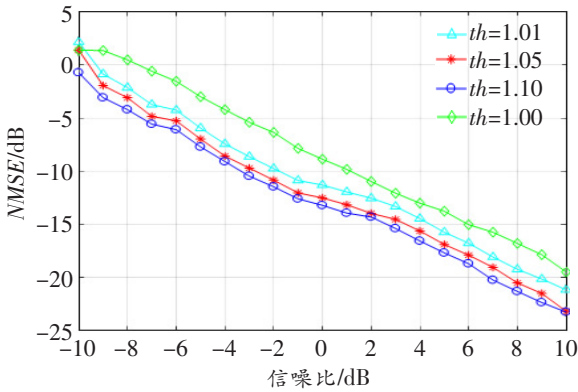


图 4 改进算法在不同门限值下的 NMSE 性能比较

图 5 所示为 SABMP 算法与改进算法的 NMSE 性能比较。仿真参数设置如下： $N=512$, $M=128$, $p_1=0.005$, 信噪比为 20 dB, SABMP 算法中 $D=8$, 改进算法中 $D=1$, $th=1.01$ 。从图中可以看出,尽管改进算法的复杂度是 SABMP 算法的八分之一,但是 NMSE 性能基本与 SABMP 算法接近,甚至还能局部优于 SABMP 算法。

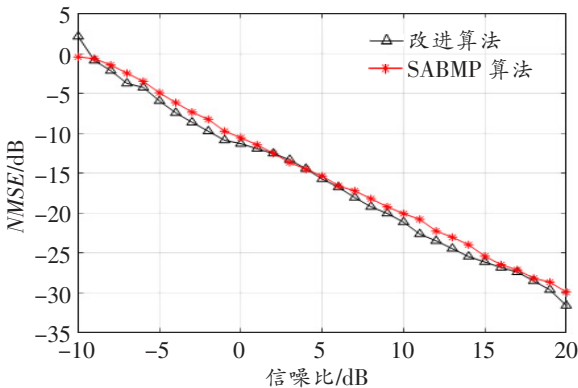


图 5 改进算法与 SABMP 算法 NMSE 性能比较

4 结束语

针对 SABMP 算法计算复杂度过高的问题,本文提出一种基于贝叶斯的改进算法,利用信道的稀

疏特性,在保证信道估计精度的前提下,努力降低计算复杂度。改进算法把维特比路径译码的思想引入到最佳支配支持集的搜索过程中,把位置元素的搜索转换为位置元素序列的搜索,从而提高了估计精度。从估计信道仿真波形上看,改进算法估计的信道很好地再现了真实信道。由于改进算法只用一次循环,降低了计算复杂度。为了不降低估计精度,改进算法对支持集元素序列发生概率进行比较,保留发生概率差异低于门限的路径,最后对这些路径所对应支持集上的信道估计值进行平均,并把计算出的信道期望作为最后的信道估计值。理论分析和实际仿真均验证了算法的有效性。

参考文献:

- [1] Yang X, Ren A, Zhang Z, et al. Towards Sparse Characterisation of On-body Ultra-Wideband Wireless Channels [J]. Healthcare Technology Letters, 2015, 2(3): 74–77.
- [2] Gui G, Liu N, Xu L, et al. Low-Complexity Large-scale Multiple-Input Multiple-Output Channel Estimation Using Affine Combination of Sparse Least Mean Square Filters [J]. IET Communications, 2015, 9(17):2168–2175.
- [3] Donoho D. Compressed Sensing [J]. IEEE Trans Inf Theory, 2006, 52(2):1289–1306.
- [4] 王波, 李贵勇. LTE-A 基于压缩感知的信道估计 [J]. 光通信研究, 2015, (1):72–74.
- [5] Ling Jun, Tan Xing, Yardibi Tarik. On Bayesian Channel Estimation and FFT-Based Symbol Detection in MIMO Underwater Acoustic Communications[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2014, 39(1):59–73.
- [6] Ballal T, Al-Naffouri T Y, Ahmed S F. Low-Complexity Bayesian Estimation of Cluster-Sparse Channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(11): 4159–4173.
- [7] Masood M, Al-Naffouri T Y. Sparse Reconstruction Using Distribution Agnostic Bayesian Matching Pursuit [J]. IEEE Trans Signal Process, 2013, (61):5298–5309.
- [8] Candès E J, Tao T. Decoding by Linear Programming [J]. IEEE Trans Inf Theory, 2005, 51(12):4203–4215.
- [9] Shen X, Gu Y. Restricted Isometry Property of Subspace Projection Matrix Under Random Compression [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(9): 1326–1330.
- [10] Viterbi A J. Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm[J]. IEEE Trans Inf Theory, 1967, 13(2):260–269.